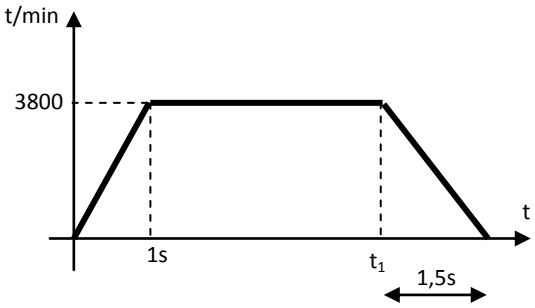
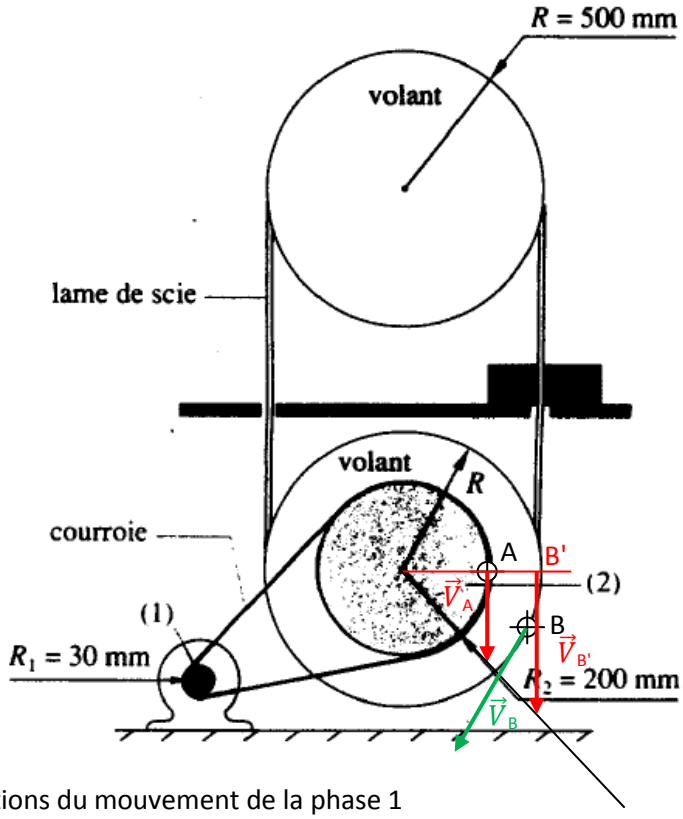
Exercice de synthèse

Scie à ruban :

Une scie à ruban est entraînée par un moteur électrique dont le fonctionnement est donné par le graphe ci-contre.
La poulie du moteur (1), solidaire de l'axe, tourne à la même fréquence. Par l'intermédiaire d'une courroie, elle entraîne une autre poulie (2) fixée sur un volant comme l'indique la figure.
Un deuxième volant, identique au premier, est situé au dessus de celui-ci ; sur ces deux volants est tendue une lame de scie à ruban. Ni la courroie, ni la lame ne glissent sur les poulies ou les volants.





VB = 30 m/s

1) Ecrire les équations du mouvement de la phase 1
2) Quelle est la valeur de la décélération de la phase 3 ?
3) Quelle est la fréquence de rotation de la poulie 2 ? En déduire sa vitesse angulaire.
4) Déterminer et tracer (échelle 1/3) la vitesse du point A (phase 2).
   En déduire :
   - Graphiquement
   - Analytiquement

   la vitesse du point B.
5) Ecrire les équations du mouvement de la lame de scie (t_1 = 31s) et tracer les graphes associés à la phase 1.

CORRECTION :

1)

Phase 1 : MCUA

A t = 0 → $\omega = 0$; $\theta = 0$ → $\alpha = ?$

$\omega_0 = 0$

$\theta_0 = 0$

A t = 1 → $\omega = 397.94$; $\omega_0 = 0$; $\theta_0 = 0$ → $\theta = ?$; $\alpha = ?$

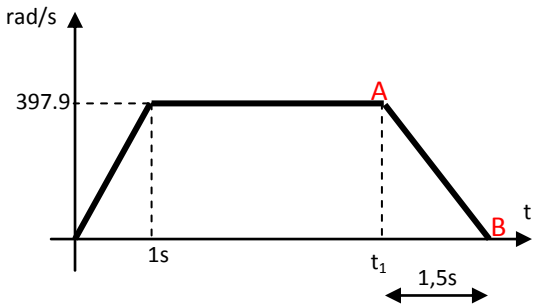
$\omega = \alpha.t + \omega_0$ → $397.94 = \alpha$

$\theta = 1/2\ \alpha.t^2 + \omega_0.t + \theta_0$ → $\theta = 397.94 / 2 = 198.97$

Equation de la phase 1 : **|α = 397,94**

|ω = 397,94 .t

|θ = 198,97 t²



2)

A(t_1 , 397.94) → XA = t_1 et YA = 397.94

B(t_1+1.5 , 0) → XB = t_1+1.5 et YB = 0

On a l'équation $\omega = \alpha t + \omega_0$, équation d'une droite du type y = a.x + b où a est α.

Il faut donc trouver α coefficient directeur de la droite.

Le coefficient directeur est : a = (YA – YB) / (XA – XB).

D'où α = (397.94 – 0) / [t_1 – (t_1 + 1.5)] = 397.94 / (-1.5) = - 265,29

α = - 265,29 rad/s²

3)

3-1) Méthode 1 par le rapport des diamètres :

Np = 3800 tr/min et le rapport des rayons entre poulie moteur et poulie 2 est r = 30 / 200 = 0.15

d'où N_{P2} = 3800 x 0.15 = 570 → **N_{P2} = 570 tr/min**

Donc

$\omega_{P2} = \pi \times N / 30 = \pi \times 570 / 30 = 59.69$ → **ω_{P2} = 59.69 rad/s**

3-2) Méthode 2 par la méthode des vitesses :

On détermine V_p, la vitesse d'un point de la circonférence de la poulie moteur.

$V_p = \omega_p \times R_p = 397.94 \times 0.03 = 11.94$ m/s → $V_p = 11.94$ m/s

On sait que tout les point de la courroie ont la même vitesse donc $V_A = V_p$

Et $V_A = \omega_{P2} \times R_{P2}$ → soit $\omega_{P2} = 11.94 / 0.2 = 59.7$ → **ω_{P2} = 59.7 rad/s**

4)

La relation de Chasles nous donne VA/OA = VB/OB → VB = VA x OB /OA = 11.94 x 0.5 / 0.2 = 30

→ **VB = 30 m/s**

5)

La lame de scie a un mouvement de translation au niveau de la zone de coupe et on sait que la vitesse de coupe est la même que la vitesse du point B. On peut donc faire le graphe ci-dessous :

Phase 1 (MRUA) :

A t = 0s → V = 0 ; x = 0

→ $V_0 = 0$ et $x_0 = 0$

A t = 1s → V = 30 ; $V_0 = 0$ et $x_0 = 0$

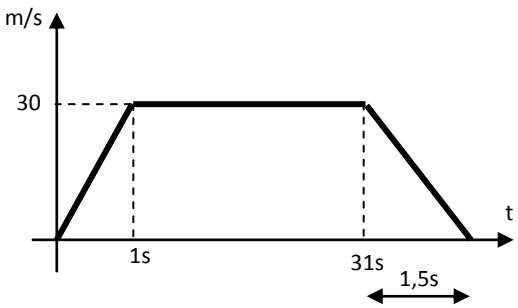
$v = a.t + v_0$ → $30 = a \times 1 + 0$ → $a = 30 m/s^2$

$x = 1/2\ a.t^2 + V_0.t + x_0$ → x = 15

Equation de la phase 1 : **|x = 15.t²**

|v = 30.t

|a = 30



Phase 2 (MRU) :
A t = 1s → V = 30 ; x = 15
x_0 = 15 - 30 x 1 = -15
A t = 31s → V = 30
x = v.t + x_0 → x = 30 x 31 - 15 = 915

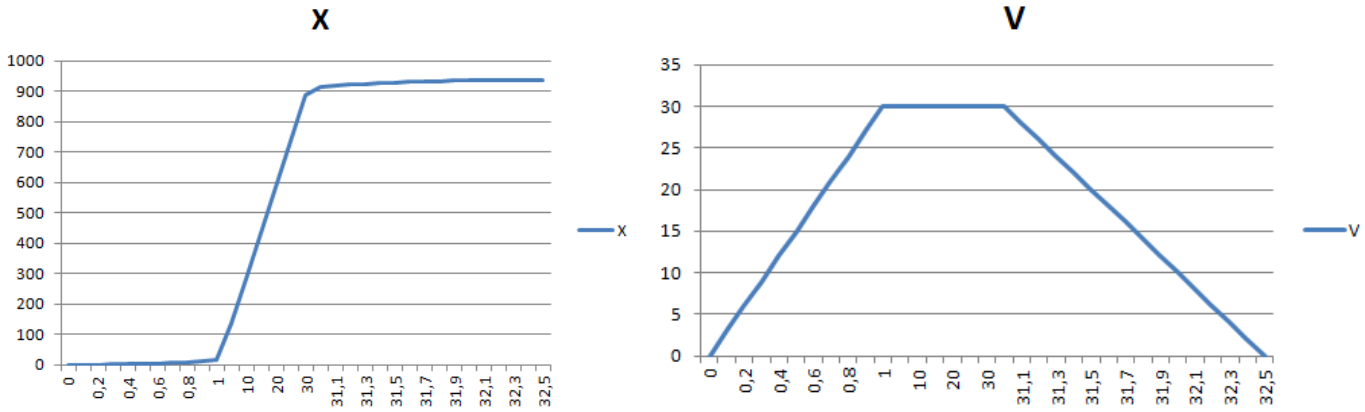
Equation de la phase 2 : **|x = 30.t -15**
|v = 30
|a = 0

Phase 3 (MRUD) :
A t = 31s → V = 30 ; x = 915 ; x_0 = ? ; V_0 = ? et a = ?
A t = 32.5s → V = 0 ; x = ? ; x_0 = ? ; V_0 = ? et a = ?
Formule magique $0^2 - 30^2 = 2\ a\ (xf - 915)$

ON NE PEUX PAS RESOUDRE

→ Il faut passer par le coefficient directeur pour trouver a : a = (30 - 0) / (31 - 32.5) = 30 / (-1.5) = -20
a = -20 m/s²

Dans la formule magique : $-30^2 = 2$ x -20 (xf -915) → xf = (-900 - 36600) / -40 = 937.5 → xf = 937.5
C'est x à t = 32,5

A t = 32.5s → V = 0 ; x = 937.5 ; x_0 = ? ; V_0 = ? et a = -20
v = a.t + v_0 → 0 = -20 x 32.5 + V_0 → V_0 = 650
$x = 1/2\ a.t^2 + V_0.t + x_0$ → $937.5 = -20 \times 32.5^2 / 2 + 650 \times 32.5 + x_0$ → x_0 = - 9625

Equation de la phase 3 : **|x = -10.t² + 650.t -9625**
|v = -20.t +650
|a = -20